

Алгебра и начала анализа

11 класс

Учебник: «Алгебра и начала анализа», 10-11 класс

Авторы: А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др., Москва
«Просвещение»

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

АЛГЕБРА

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. *Понятие о степени с действительным показателем.* Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. *Основное логарифмическое тождество.* Логарифм произведения, частного, степени; *переход к новому основанию.* Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. *Область определения и область значений обратной функции.* График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.* Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Тематическое планирование по алгебре и началам анализа

Содержание учебного материала	Кол-во часов	Дата
<i>1 полугодие</i>		
Повторение курса алгебры и начал анализа 10 класса	4	
Определение производной. Производные функций.		
Правила вычисления производных.		
Применение производной.		
Первообразная	9	
Определение первообразной		
Основное свойство первообразной		
Три правила нахождения первообразных		
Контрольная работа №1		
Интеграл	10	
Площадь криволинейной трапеции		
Интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.		
Применение интеграла.		
Уроки обобщения, систематизации и коррекции знаний.		
Контрольная работа № 2		
Обобщение понятия степени	13	
Корень n -ой степени и его свойства.		
Иррациональные уравнения.		
Степень с рациональным показателем.		
Урок обобщения, систематизации и коррекции знаний.		
Контрольная работа № 3		
Показательная и логарифмическая функции	18	
Показательная функция.		
Решение показательных уравнений и неравенств.		
Логарифмы и их свойства.		
Логарифмическая функция.		
Решение логарифмических уравнений и неравенств.		
Уроки обобщения, систематизации и коррекции знаний.		

Контрольная работа № 4		
2 полугодие		
Производная показательной и логарифмической функций	16	
Производная показательной функции. Число e .		
Производная логарифмической функции.		
Степенная функция.		
Понятие о дифференциальных уравнениях.		
Уроки обобщения, систематизации и коррекции знаний.		
Контрольная работа № 5		
Элементы теории вероятностей	9	
Итоговое повторение курса алгебры и начал анализа	19	
Итоговая контрольная работа		

Контрольные работы

Контрольная работа №1

1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве \mathbf{R} :

- а) $F(x) = x^4 - 3$, $f(x) = 4x^3$;
б) $F(x) = 5x - \cos x$, $f(x) = 5 + \sin x$.

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x) = \frac{4}{x^2} + 3\cos x$;

б) $f(x) = x^2(1-x)$

в) $f(x) = 4 \sin x \cos x$.

3. Для функции $f(x) = 3 - \frac{4}{\sin^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-\pi/4, 3\pi/4)$.

Контрольная работа №2

1. Вычислите интеграл: $\int_0^{0,5} \frac{dx}{x^2}$; $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^3$, $y = 0$, $y = -1$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ и :

- а) касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x = -2$ и $x = 0$;
б) касательными к этому графику в его точках с абсциссами $x = -2$ и $x = 2$.

Контрольная работа №3

1. Упростите выражение

$$\left(\frac{m^{\frac{1}{2}} + 1}{m^{\frac{1}{2}} - 1} - \frac{m^{\frac{1}{2}} - 1}{m^{\frac{1}{2}} + 1} \right) \cdot \left(m^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2m^{\frac{1}{2}}} \right)$$

2. Решите уравнение:

$$\sqrt{2x^2 + 7} - 2 = x$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{5+x} + 3\sqrt{2-y} = 6 \\ 5\sqrt{2-y} + 2\sqrt{5+x} = 11 \end{cases}$$

4. Решите неравенство: $\sqrt{24-10x} > 3-4x$

Контрольная работа №4

1. Дана функция $y = \log_2(x-4) - 1$

- Постройте график этой функции.
- Опишите свойства этой функции.

2. Сравните числа:

а) $2,7^\pi$ и $2,7^3$

б) $\log_{0,2} \frac{1}{3}$ и $\log_{0,2} 1,3$

3. Решите уравнение: $4^x - 2^x - 2 = 0$;

4. Решите неравенство: $\log_2(1 - 0,3x) \geq 4$.

5. Решите уравнение: $\log_2(x+1) + \log_4(x+5)^2 = \log_{1/2} \frac{1}{32}$

6. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 3^7 + x = 10 \\ y - \log_3 x = 2 \end{cases}$$

Контрольная работа №5

1. Найдите производную функции в точке $x_0 = 0,25$:

$$g(x) = 4 - 5 \ln x$$

2. Докажите, что функция $y = \cos(4x - 1)$ является решением дифференциального уравнения $y'' = -16y$

3. Составьте уравнение касательной, проведённой к графику функции $y = e^{\frac{x}{2}}$ через его точку пересечения с осью ординат.

4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 2xe^x$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{4}{x}$, $y = 4$ и $x = 4$.